

Voodoo

Wakacyjna Liga OIJ, runda rumuńska
29 lipca – 5 sierpnia 2022

Kod zadania: **voo**
Limit czasu: **0.1 s**
Limit pamięci: **512 MB**



Bajtek pracował nad projektem Voodoo, dopóki nie pojawił się ezoteryczny problem z równie ezoterycznymi funkcjami. Niech x będzie liczbą, dla której chcemy obliczyć cyfrę kontrolną w systemie o podstawie B przy pomocy następującego algorytmu:

```
// Funkcja oblicza cyfrę kontrolną liczby x w systemie o bazie B.
int CyfraKontrolna(int x, int B) {
    while(x >= B) { // Dopóki x więcej niż jedną cyfrę w bazie B.
        x = SumaCyfr(x, B); // Zastąp x sumą cyfr w systemie o podstawie B. (*)
    }
    return x; // Zwróć ostatecznie x.
}
```

Uwaga: liczby przetwarzane przez ten kod mogą być bardzo duże. Założymy tutaj, że typ danych `int` może przechowywać dowolnie duże liczby, a nie tylko do $2^{31} - 1$.

Zdefiniujmy dwie funkcje F_B oraz G_B :

- $F_B(n)$ oznacza liczbę wywołań funkcji `SumaCyfr` w wywołaniu funkcji `CyfraKontrolna(n, B)`, czyli ile razy wykonywana jest linia programu oznaczona gwiazdką (*).
- $G_B(n) = x$ gdzie x oznacza najmniejszą niezerową liczbę naturalną, dla której $F_B(x) = n$.

Dla przykładu $CyfraKontrolna(9, 10) = 9$, jako że 9 ma tylko jedną cyfrę w systemie dziesiętkowym. Liczba wywołań funkcji `SumaCyfr` to 0, zatem $F_{10}(9) = 0$. Z kolei $CyfraKontrolna(189, 10) = 9$, jako że 189 ma więcej niż jedną cyfrę, stąd x stanie się $1 + 8 + 9 = 18$. 18 ponownie ma więcej niż jedną cyfrę, zatem zastąpimy ją jej sumą cyfr, która wynosi $1 + 8 = 9$. Finalnie 9 będzie sumą kontrolną, a my dwukrotnie obliczyliśmy sumę cyfr, czyli $F_{10}(189) = 2$. Finalnie $CyfraKontrolna(76, 7) = 4$. Zwróć uwagę, że w tym przykładzie argumenty dalej podajemy w systemie dziesiętkowym. Dalej w tym zadaniu zapis a_b będzie oznaczać liczbę a zapisaną w systemie liczbowym o podstawie b . W systemie o bazie 7 mamy zatem $76_{10} = 136_7$. Mamy więcej niż jedną cyfrę, toteż 136_7 zastąpimy sumą cyfr: $1 + 3 + 6 = 10_{10} = 13_7$, która dalej ma więcej niż jedną cyfrę. Zastąpimy ją zatem jej sumą cyfr: $1 + 3 = 4$. Zatem cyfrą kontrolną jest 4, a my $F_7(136) = 2$ razy policzyliśmy sumę cyfr.

Twoim zadaniem jest policzyć resztę z dzielenia $G_B(N)$ przez M dla danych N, B oraz M .

Bajtek jest w stanie zagwarantować dwie magiczne własności dla liczb B oraz M :

- B nie będzie mieć postaci $6k + 1$ ani $9k + 1$ dla dowolnej liczby całkowitej k ,
- M będzie postaci 3^l dla pewnej liczby całkowitej l .

Wejście

Plik wejściowy `voodoo.in` zawiera pojedynczy wiersz, w którym znajdują się trzy liczby całkowite N, B oraz M ($0 \leq N \leq 10^{18}, 2 \leq B \leq 10^{18}, 1 \leq M \leq 3^{12}$) określone powyżej.

Wyjście

Plik wyjściowy `voodoo.out` powinien zawierać jedną liczbę całkowitą – resztę z dzielenia $G_B(N)$ przez M . Liczbę tę należy wypisać w systemie dziesiętkowym.



Ocenianie

Możesz rozwiązać zadanie w kilku prostszych wariantach – niektóre grupy testów spełniają pewne dodatkowe ograniczenia. Poniższa tabela pokazuje, ile punktów otrzyma Twój program, jeśli przejdzie testy z takim ograniczeniem.

Dodatkowe ograniczenia	Liczba punktów
$G_B(N) \leq 10^{18}$	20
$N \leq 250\,000$	50

Przykłady

Uwaga. Pierwszy przykład nie spełnia magicznej zależności ($10 = 9 \cdot 1 + 1$) i Twój program nie będzie oceniany na tym teście. Został on jedynie pokazany, aby dokładniej wyjaśnić istotę problemu.

Wejście dla testu voo0x:

3 10 531441

Wyjście dla testu voo0x:

199

Wyjaśnienie do przykładu: Suma cyfr 199 to $1+9+9 = 19$. Suma cyfr 19 to $1+9 = 10$. Suma cyfr 10 to $1+0 = 1$. Suma cyfr została obliczona 3 razy, więc $F_{10}(199) = 3$. Jest to najmniejsza liczba, dla której uzyskuje się taki wynik funkcji F_{10} , zatem $G_{10}(3) = 199$.

Wejście dla testu voo0a:

3 9 27

Wyjście dla testu voo0a:

26

Wyjaśnienie do przykładu: W tym teście odpowiedzią jest $G_9(3) = 161_{10} = 188_9$. Suma cyfr 188_9 to $1+8+8 = 17 = 18_9$. Suma cyfr 18_9 to $1+8 = 9 = 10_9$. Suma cyfr 10_9 to $1+0 = 1$. Suma cyfr została obliczona 3 razy, więc $F_9(161_{10}) = 3$. Jest to najmniejsza liczba, dla której uzyskuje się odpowiedni wynik. Reszta z dzielenia 161 przez 27 to 26.

Wejście dla testu voo0b:

250000 5007329433060514 531441

Wyjście dla testu voo0b:

425803

Wejście dla testu voo0c:

10000000000000000000 5007329433060514 531441

Wyjście dla testu voo0c:

384844