Kulturalna kolejka (Omówienie rozwiązań)

XVIII OIJ, zawody drugiego stopnia
2 marca 2024

Olimpiada Informatyczna Juniorów

Rozwiązanie wolne

Możliwe jest wykonanie symulacji stanu kolejki, sekunda po sekundzie. Konieczne jest w tym celu napisanie procedury, która ze stanu kolejki w sekundzie t ustala stan kolejki w sekundzie $t+1$, a następnie wielokrotne uruchomienie tej procedury aż do uzyskania stanu, w którym kolejka jest pusta.

Aby ustalić następny stan kolejki, wystarczy każde wystąpienie fragmentu `"X."` zamienić na `".X"`. Można przy tym założyć, że salon sprzedażowy jest kropką, którą co każdą iterację przywracamy znowu na kropkę, jeżeli wszedł tam klient.

Wykonanie przejścia do następnego stanu kosztuje więc czas $O(n)$, a łatwo można pokazać, że takich iteracji w najgorszym przypadku również należy wykonać $O(n)$, stąd dostajemy, że algorytm działa w czasie $O(n^2)$. Pozwalało to na zawodach osiągnąć przyzwoitą częściową punktację (około 44%).

Rozwiązanie wzorcowe

Spójrzmy na zadanie inaczej: rozważając kolejne osoby w kolejce, od prawej do lewej, ustalmy dla każdej z nich, jaki jest czas, w jakim doszliby do salonu, gdyby nie było nikogo innego w kolejce, a następnie dodajmy do tego stratę wynikającą z liczby sytuacji, w której ta osoba nie mogła się przesunąć do przodu. Maksimum z sumy tych wartości po wszystkich osobach stojących w kolejce to rozwiązanie zadania.

Jeżeli pewne dwie osoby kiedykolwiek w całym procesie przejścia do salonu spotkają się w kolejce (będą sąsiednimi znakami `X` z wejścia) to jeżeli pierwsza dojdzie do salonu w czasie t sekund, to druga dojdzie w czasie $t+2$ (jedna sekunda dłużej ze względu na zwiększoną odległość oraz jeszcze jedna sekunda dłużej ze względu na zwiększone opóźnienie ruchu). Rozważając więc osoby od prawej do lewej możliwe jest ustalenie dla każdej kolejnej osoby jej parametrów wynikowych opisane w akapicie powyżej: ponieważ osoby w kolejce nigdy się nie wyprzedzają, jedyną osobą, która potencjalnie może spowolnić daną osobę A zgodnie z opisem powyżej jest osoba B, która bezpośrednio ją poprzedza. A ponieważ wyniki ustalane są od prawej do lewej, wiadomo po jakim czasie osoba B opuści kolejkę, a więc możliwe jest ustalenie czy takie spowolnienie nastąpi. Ostatecznie, wszelkie obliczenia zajmują czas $O(n)$.

Olimpiada finansowana jest ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej w ramach zadania publicznego „Organizacja i przeprowadzenie olimpiad i turniejów w latach szkolnych 2022/2023, 2023/2024, 2024/2025”.